Les interactions entres charges électriques sont responsable de:
- La cohésion des atomes et des molécules
- Des courants electriques
- Du magnétisme
- Des ondes electromagnétiques (dont la lumière)

Objectifs du cours:
- Définir les principaux concept:
  - Grandeurs physiques
  - Lois régissant leur intéractions
- Les illustrer sur des exemples:
  - médicaux, usuel
- Définir les propriétés électriques et magnétiques
  - des molécules biologiques
  - des tissus

Chapitre 1: Electrostatique

Objectifs:
- Savoir appliquer les lois d'interaction entre les charges ponctuelles
- Connaître le théoreme de gauss et la notion de capacité d'un conducteur/condensateur
- Connaître le dipole electrique les lois de variation et d'interaction associées
- Connaître la notion de polarisation electrique et l'expression des propriétés diélectrique
- Comprendre les pripriétés remarquable de l'eau
- Savoir exprimer l'intensité d'un courant
- Connaître la nature des porteur de charge
- Connaître la notion de résistance
- Comprendre l'origine des risque electrique et lavitesse de conduction nerveuse

I. Introduction

Les forces d'interactions:
- Gravitationnelles (entre masses): entre objets lourd responsable du poid d'un objet sur terre
- Nucléaire (faibles et forte): responsable de la cohésion des noyaux atomique et de la radioactivité
- Electromagnétiques (entre charges): prépondérantes à l'échelle atomique, responsables de la cohésion de la matière, utile dans tout les domaines de l'activité humaine.

II. Les charges électriques

1. Les propriétés remarquables

Il existe des charges + et -, il y a conservation de la charge d'un système isolé et la charge peut etre quantifiée.

2. Particules fondamentales

- Proton, charge +e
- Neutron, charge 0
- Electron, charge -e

$$e = 1.6 \times 10^{-19}\ \text{C unité mksA (Coulomb)}$$

III. Interactions entre charges

1. Charges ponctuelles

Une charge ponctuelle emet le champ electrique:

$$\vec{E}=\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)}(\frac{q}{r^2})\vec{u}$$ En Volt/mètre (équivalent au champ d'attraction terrestre)

La force d'interaction est la charge q' multiplié par E: F= q'.E

E>0 et F=q'E, donc si q'<0, F<0. E est dans le sens de q vers q' si les charges sont opposés.

Les forces sont attractives si les charges sont opposé, elles sont répulsives si elles sont de même signe.

2. Champs et force/charges ponctuelles

- Une charge q créé un champ electrique E, exprimé en Volt/mètre

3. Lignes de champs: définition

Une ligne de champs est une courbe tangeante en tout point au vecteur champ E en ce point orientée dans le sens de E.

Exemple: une charge ponctuelle en O en tout point M de l'espace, le champ est dirigé selon OM, les lignes de champs: droite divergeant à partir de O.

IV. Energie potentielle et potentiel electrique

1. Energie potentielle:

Une charge q' en un point M dans un champs E est soumis à la force F=q'E.
Elle possède donc une énergie potentielle.

$$E_p=\int F.dl=q'\int E.dl=q'V_m$$

2. Potentiel electrique au point M

Vm= ∫E.dl , en Volt, c'est la circulation du champ electrique.

3. Potentiel electrique crée par une charge q.

Le champs electrique au point M est:

$$E=\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)}(\frac{q}{r^2})\vec{u}$$

Le potentiel electrique au point M sera donc

$$V_m=\frac{1}{(4.\Pi.\varepsilon 0)}\int_m^{oo}(\vec{u}.\frac{dl}{r^2})=\frac{1}{(4.\Pi.\varepsilon 0)}(\frac{q}{r})\vec{u}$$

4. Surface équipotentielle

Définition: Surface en tout point de laquelle le potentiel électrique est constant

Exemple d'une charge ponctuelle en O: le potentiel ne dépend que de la distance à la charge, les surfaces équipotentielles sont des sphère centrées sur O.

5. Différence de potentiel

Entre deux éléments à potentiel V1 et V2:

$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 \vec{E}.dl \quad \text{ou} \quad E=-dV/dl$$

<u>Résumé</u>

Une charge electrique créée:
- **Un champ electrique E**
- **Un potentiel electrique V**

Une charge q' voisine:
- **est soumise à une force: F = q'E**
- **possède une énergie potentielle: Ep = q'V**

V. <u>Distribution de charge</u>

1. Calcul des champs et potentiels

- Le champs électrique produit par plusieurs charges est égale à la somme vectorielle de tous les champs individuels
- Le potentiel electrique est la somme scalaire de tous les potentiels

2. Distribution de charges importantes

- Charges pontuelles: dipole electrique
- Distributions continues: en surface, en volume. Sommes=> intégrale

3. Théorème de gauss

C'est le flux d'un vecteur v à travers une surface dS.

Théorème de gauss: $\int E.ds = Q_{(interne)}/\varepsilon 0$

Ex: Un champ créé par une sphère de rayon R portant une charge Q uniformément répartie en surface:
- *A l'intérieur: le flux sur toute la surface fermée = 0 (les charges sont sur la surface)*
- *E est nul en tout point intérieur de la sphère*

E=0 à l'intérieur conducteur en équilibre, et puisque E= dV/dr, donc V est une constante.

Donc avec une sphère de rayon R uniformément chargée on a comme potentiel:
- *r > R: V=Q/4Πε0r*
- *r<R: V=Q/4Πε0R ; il est le même partout*

Résumé

- **∫E.ds = $Q_{(interne)}/\varepsilon 0$**
- **E=0 dans un conducteur à l'équilibre, donc V est constant.**

QUESTION: Un conducteur qui présente des charges à sa surface.. présente normalement un champ électrique, donc un potentiel autour de lui ?!

4. Capacité d'un conducteur

- Le potentiel d'un conducteur est proportionnel à la charge portée:

Q=C.V

(semblable à la formule de $V=\frac{Q\times 1}{(4\pi\epsilon_0 R)}$ **)**

- **C** est la capacité du conducteur en unité mksA: Farad (F).

$$C\, de\, la\, sphère = 4\, Pi\, \epsilon\, R$$

- La capacité d'un **condensateur** est donc de Q=CΔV

VI. Les dipôles électriques

1. Définition

- Paire de charges opposées +q et -q, séparé par la distance **2a**.
- Soit u le vecteur unitaire dirigé de la charge – vers la charge +
- Le moment dipolaire sera: $\boldsymbol{p}=2\text{aq}\,\vec{u}$

2. Champ crée par un dipôle électrique

- Mode de calcul: addition des champs $E=E_{+}+E_{-}$
- Calcul selon l'axe du dipôle Ox
  - entre les charges, les champs electriques s'ajoutent
  - sinon, les champs électriques s'opposent

$$\vec{E}=\frac{q}{(4\pi\epsilon_0)}\left[\frac{1}{((x-a)^2)}-\frac{1}{((x+a)^2)}\right]\vec{u}$$

On développe puis on simplifie pour remarquer que le champ diminue selon $1/x^3$.

3. Potentiel créé par un dipôle électrique

- Addition des potentiels: $V=V_{+} + V_{-}$
- Simplification
  - selon Ox, loin du dipole, le potentiel diminue selon $1/x^2$

VII. Polarisation de la matière

1. Les conducteurs

- Ils possèdent des charges électriques libres qui peuvent se déplacer à longue disance en présence d'un CHAMP ELECTRIQUE.
- L'application d'un champ électrique génère un courant électrique: état hors d'équilibre
- Le champ électrique est nul dans un conducteur à l'équilibre. Tous ses points sont au même potentiel.
  Il en est de même en tout point à l'intérieur d'un conducteur creux: **Cage de Faraday**.

2. Les isolants

- Ils ne possèdent pas de charges libres, ou bien des charges qui ne peuvent pas se déplacer.
  - Dans un champ électrique, les charges se déplacent dans une direction dépendant de leur signe. Ces très faible déplacements font apparaître des dipôles électriques: **polarisation du matériau**.
  - Ces dipôles génère des champs électriques qui se superposent au champ extérieur appliqué
- Le champ électrique dans un isolant est la somme du champ appliqué et du champ produit par la polarisation du matériau. Il n'est pas nul.

Question: la charge (electron) se déplacera donc vers l'extrémité positive ? Et rappel des ligne de champs/potentiel des charges – et +.

3. Dipôles atomique et moléculaire

- Atomes et molécules de moment dipolaire nul
  Le champ électrique appliqué produit un **moment dipolaire induit**, proportionnel à E, selon un coefficient Alpha

$$\mathbf{p=\alpha E}$$
$$\mathbf{C.m = Cm^2/V \times V/m}$$

- Alpha est appelée: polarisabilité. Tout atome ou molécule a une polarisabilité propre

4. Moments permanents et milieux polaires

- Certaines molécules possèdent un moment dipolaire électrique même en absence de champ électrique.
- Ces molécules sont dites polaire.
  - L'eau est polaire: les électrons de la liaison OH ont une probabilité de présence plus élevée au voisinage de O (électronégatif) que de H.
  - La molécule d'eau est polaire parcequ'elle n'est pas linéaire.
  - Sa polarisation est forte
  - $P = 6.10^{-30}$ C.m

5. Milieux polaires dans un champ nul

- En l'absence de champ, ces dipôles pointent dans des directions aléatoires. La somme des moments dipolaires est nulle.
  Ex: l'eau non soumis à un champs electrique a des molécules qui partent en n'imp.

6. Milieux polaires dans un champ électrique

- Un champ électrique appliqué à un milieu polaire aligne les moments dipolaires existant:
  - Polarisation importante du milieu
  - **Polarisation totale: P = Nbr de Moments dipolaires / unité de volume**

7. Champs électrique dans la matière: champ appliqué + champ de dépolarisation

- Champ électrique interne total: Somme des deux champs:
  - Champ appliqué E (qui régnait dans le vide)
  - Champ induit par la polarisation du milieu appellé champ de dépolarisation car opposé à E, il est proportionnel à P:

$$E_{dépol} = P/\varepsilon_0$$

- Le champ **diélectrique** résultant s'écrit:

$$\boxed{E = E_0 + E_{dépol} = E_0 - P/\varepsilon_0}$$

- Il peut aussi s'écrire:

$$\boxed{E = E_0/\varepsilon_r}$$

VIII. Propriétés dielectriques

1. Définitions

- La proportionnalité observée entre E et P a conduit à définir un **coefficient caractéristique du milieu dielectrique**

$$\boxed{P = -\chi_e \cdot E}$$

- χ est la suceptibilité électrique du milieu, il a la dimension de ε **la permitivité électrique du vide**.

- Autre grandeur:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \chi_e = \varepsilon_0 . \varepsilon_r$$

ε_0: constante dielectrique du matériau

ε_r: constante diélectrique relative

Chapitre 2: Electrocinétique

Objectifs:
- Savoir exprimer l'intensité et la densité d'un courant électrique
- Connaître la nature des porteurs de charge
- Connaître la notion de résistivité électrique
- Comprendre l'origine des risques électriques et de la vitesse de conduction nerveuse

I. Courants électriques

1. Origine des courants

- Charges libres de se déplacer
- Champs électrique: différence de potentiel

2. Intensité du courant

- Intensité: quantité de charge dQ qui traverse la section de conducteur pendant dt

$$I=dQ/dt$$

3. Densité du courant

- Des charges de densité r (C/m^3) se déplacant à la vitesse v dans un conducteur produisent un courant de densité:

$$J = rv\ (C.m^{-2}s^{-1})$$

r= densité de charge ; v = vitesse

Ca fait une densité de charge sur une surface

- Une densité de courant J traversant une surface dS produit un courant de d'intensité I

$$dI= Jds$$

J en Coulomb par m² par s ($C.m^{-2}.s^{-1}$) ; dS en m²

- Courant produit sur toute la section du conducteur:

$$I=\int Jds$$

En Coulomb par seconde

II. Porteurs de charge

- Dans les conducteurs: ce sont les éléctrons libres (bande de conduction)
- Electrolytes: ce sont les ions
  - Dans la conduction nerveuse: la propagation d'un potentiel d'action el long de l'axone
  - courants ioniques à travers la membrane de l'aone

III. Conduction électrique

1. Facteurs déterminant la densité de courant

- Densité de porteur de charge: élevé dans les conducteurs, 0 dans les isolants.
- Mobilité des porteurs de charges: taille (ions ou électrons), interaction avec atomes ou molécules du milieu avec frottements.

2. Conductivité et résistivité électrique

- En tout point, J est proportionnel à E: La densité

J=σE=E/ρ
σ = conductivité
ρ= permitivité

3. Loi d'Ohm

- Intégration sur tout le conducteur: ∫JdV = ∫σEdV
  - Conducteur homogène de section S constante et de longueur L

∫JdV= ∫Jdsdl = L ∫Jds = L I
∫σEdV= σS ∫Edl= σS U

IV. Risques électriques

- Quelques chiffres
  - Seuil de sensibilité: 1mA
  - Contraction musculaire: 10mA
  - Fibrillation ventriculaire: 100mA
- Protection contre l'électrocution
  - Seule la peau sèche est un isolant, humidifié, elle conduit le courant 100x plus
  - Résistance totale entre deux extrémités: 500 à 5 000 ohm
  - Mise au secteur U: 220Volt ; I de 44 à 440mA
- Mise à la terre: protection différentielle de 1mA

V. Vitesse de conduction nerveuse

- Entre deux noeuds:
  - Courant dans l'axone de résistance R
  - Séparé du milieu interstitiel par une membrane myélinisé de capacité C
- La capacité C est donné par:

$$C=\frac{(2\pi\epsilon_0\epsilon_r l)}{(\ln((r+a)/r))}$$

r = rayon de l'axone (5 microns) ; Er = 8
a = épaisseur de la gaine (2.5 microns) ; l = distance entre noeuds (1mm)

Si l'épaisseur de la gaine tendait vers 0, le dénominateur tendrais vers 0, et donc la capacité tendrait vers l'infini.

- Capacité de la membrane myelinisé = 10^{-12} Farad

- Rho est la résistivité de l'axone = 2 omega m

$$R=\frac{(\rho l)}{(\pi r^2)}$$

Résistance de l'axone pour 1mm = 2.5 x 10^7 Ohm
Si l'axone n'était pas myelinisé, la capacité de l'axone augmenterait

- Circuit électrique équivalent:
  - Ve= Ri + Vs = Rdq/dt + q/C
  - Vs= Ve(1-$e^{-t/RC}$)
  - Application numérique: Tau = RC = 2.5 10-5 s ; Vitesse de conduction = l/Tau = **40m/s**

VI. Autres Applications médicales

- Electrophysiologie
  - Activité électrique du coeur (ECG)
  - Exploration fonctionnelles physiologiques (EEG, EMG)

- Application thérapeutique des courants:
  - Electrothérapie (chauffage par effet joule)

Chapitre 3: Magnétostatique

Objectifs:

- Savoir que le magnétisme est un effet relativiste
- Savoir appliquer les lois de base (Biot et Savart, Ampère) sur des exemples simples
- Connaître la notion de dipole magnétiques
- Savoir calculer les forces électrique et magnétiques exercées sur des paticules chargées et en déduire leur trajectoire
- Connaître la notion d'aimantation et l'expression des propriétés magnétiques de la matière
- Savoir que l'oxygène moléculaire et l'hémoglobine non-oxydée sont paramagnétiques

I. Champs et charges en mouvement

- **Force sur une particule chargée**
  - On considère une charge q fixe dans un repère R
    - Une charge q' est soumise à la force électrique F
    - F ne dépend que de la position de q', pas de sa vitesse (exprimée dans R)
  - On considère une charge q dans un repère R' en mouvement par rapport à R
    - q' est soumise à la force électrique
    - et à une force F' qui dépend de sa position et de sa vitesse v' (dans R')

- **Le champ magnétique**
  - La force F' exercée sur q' (de vitesse v') dépend d'une propriété de l'espace **champ magnétique**
  - **B** est appelée **induction magnétique**.
    - **F'= q'v'^B** unité: Tesla (mksA).
  - **Le champ magnétique est un effet relativiste**
    - Créé par les charges électriques en mouvement
    - Il permet d'exprimer les interactions entre charges

II. Champs magnétiques dans le vide

- **Loi de Biot et Savart**
  - Charges électrique en mouvement = Courant
    - Charge élementaire => élement différentiel de courant d'intensité I et de longueur dl

$$dB=\frac{\mu_0}{(4\Pi)}\times(\frac{(Idl\wedge u)}{r^2})=\frac{\mu_0}{(4\Pi)}\times(\frac{(Idl\sin\Theta)}{r^2})$$

$U_0/4\Pi$	Permitivité magnétique dans le vide
I	Intensité électrique
R	Distance du fil de courant
Théta	Angle entre r et le fil

- Permitivité magnétique du vide: $\frac{\mu_0}{(4\Pi)} = 10^{-7}\ mksA$

- Intégration sur tout le circuit électrique: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{(4\Pi)} \int (\frac{(Id\vec{l})}{r^2})$

- **Théorème d'Ampère**
  - Circulation d'un vecteur B sur une longueur dl:
    dC = B.dl

  - **Théorème d'Ampère**: Cf est une courbe fermée (surface fermée) quelconque entourant le courant total I interne dans le vide

$$\int \vec{B}\,\vec{dl} = \mu_0 I_{interne}$$

  - **Application du théorème d'Ampère**
    - Champ créé par un fil rectiligne infini traversé par un courant I
      - Calcul de la circulation sur un cercle de rayon r, perpendiculaire au fil et centré sur lui
      - par symétrie, B est uniforme sur C et // à dl en tout point

$$B = \frac{(\mu_0 I)}{(2\pi r)}$$

- **Flux de B à travers une surface fermée**
  - L'induction dB est perpendiculaire à $\vec{u}$ (vecteur joignant l'élément de courant au pts considéré)
  - Il en résulte (loi générale) que le flux de B à travers une surface fermée est nul

$$\int \vec{B}\, d\vec{S} = 0$$

III. Moment magnétique dipolaire

1. Champ produit par une boucle de courant

- Circuit important: bobines, éléments de solénoïdes

- Particules atomiques en mouvement orbitaux
  - analogie avec une boucle circulaire de courant:
    Une charge Q tournant sur une bobine de périmètre $2\pi R$ en un temps T.

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{-e}{T} = \frac{-ev}{(2\pi R)}$$

- De rayon R parcourue par un courant I en un point M de son axe Z

$$\boxed{\vec{B} = \frac{(\mu_0 I R^2)}{(2(R^2+z^2)^{(3/2)})}}$$

- Approximation loin de la boucle

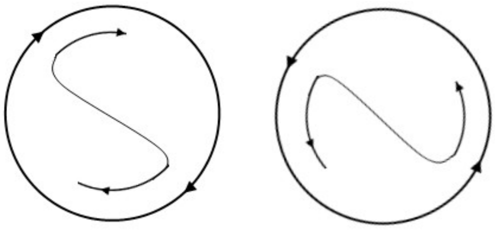
$$\boxed{\vec{B} = \frac{(\mu_0 I R^2)}{(2z^3)}}$$

2. Moment dipolaire magnétique

- B décroit en $1/z^3$ (Analogue au E du dipole) et est proportionnel à I.S (= πR^2)

$$\vec{B}=\frac{(\mu_0 I R^2)}{(2z^3)}=\frac{(\mu_0 I[\mathbf{2\pi}]R^2)}{([\mathbf{2\pi}]2z^3)}=\frac{\mu_0}{(4\pi)}.\frac{(IS)}{z^3}=\frac{\mu_0}{(4\pi)}.\frac{2\mathrm{m}}{z^3}$$

- Le champ magnétique produit loin de la boucle est orienté dans le sens de $\vec{m}$
  - il sort de la boucle si z>0 : Face Nord
  - il entre dans la boucle si z<0: Face Sud



IV. <u>Acceleration et déviation des particules chargées</u>

1. Force électrique

- La force est constante (champ homogène)
  - Accélération selon la direction de la force
    $\vec{F}=q\vec{E}=m\vec{a}$

- Particule sans vitesse initiale
  - mouvement rectiligne uniformément acceléré

- Particule avec vitesse initiale
  - $(\vec{v_0})||\vec{E}$ Mouvement rectiligne uniformément acceléré
  - $(\vec{v_0})\, Non-parallele\, \vec{E}$ Mouvement parabolique

- Energie d'une particule (électron, proton, ion...)
  - Ep = qV (différence de potentiel)
  - Ec = $mv^2/2$ (seulement si v << vitesse de la lumière)
    Conservation de l'énergie totale d'un électron isolé
    - Emis par une cathode au potentiel -Vk => Et = eVk
    - Collecté par une anode au potentiel 0 => Et= $mVa^2/2$
    - $V_a=\sqrt[2]{(\frac{2\mathrm{eV}_k}{m})}$
  - Expression de l'énergie d'une particule:
    - L'énergie potentiel : $E_p=qV$
      un électron à -1Vs à une énergie de $1{,}6\times10^{-19}J=1\,eV$. L'eV est adapté aux particules, atomes, molécules...

2. Force magnétique

- La force est perpendiculaire à la vitesse
  - Acceleration perpendiculaire à la vitesse

$$F = qv \wedge B = m\vec{a}$$

  - Particule sans vitesse initiale:
    - pas de force magnétique, force nulle, pas de mise en mouvement
  - Particule avec vitesse initiale
    - $V_O \perp B$ mouvement circulaire uniforme dans un $plan \perp à\ B$ de rayon $R = \frac{(mV)}{(qb)}$
    - $V_O\ non \perp B$, mouvement helicoïdale

3. Applications

- Champs électriques:
  - Accéleration de particules (canons à électrons, accélérateurs de paticule)
  - Déviation des particules (trajectoire parabolique)
- Champs magnétiques:
  - Déviation des particules (trajectoire circulaires: tubes TV, spectromètre de masse, cyclotron)
  - Focalisation (lentille magnétiques, microscope electronique)

V. <u>Force et moment exercés sur un circuit</u>

1. Force élémentaire sur un élément de circuit

- Une force s'exerce sur tout les porteurs de charges:

$$dF = dq\, v \wedge B$$

- Expression en fonction du courant

$$dF = Idl \wedge B$$

- Sur tout le circuit

$$F = \int Idl \wedge B$$

2. Circuit électrique fermé = moment magnétique

- 2 éléments symétriques sont soumis à 2 forces opposés:

$$\sum \vec{F} = \vec{0}\, ; \sum \vec{M} = \vec{0}$$

- Résultat général : $\vec{M}_o = \vec{m} \wedge \vec{B}$
- Condition d'équilibre: m // B (équivalent a l'équilibre d'un dipole dans un champs electrique)
- Le moment magnétique (la boucle) s'oriente // à B (idem que dans dipole électrique)
- Application: moteur electrique.

$$\sum d\, M_0 = I\,\vec{S} \wedge \vec{B} = \int_{(1/2\,tour)} (\vec{r} \wedge dl) \wedge B = IS \wedge B$$

Moment magnétique mis dans un champs magnétique

VI. Analogie électrostatique / Magnétostatique

Champ élémentaire	
Loi de Coulomb $\vec{E}=\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)}\frac{q}{r^2}\vec{u}$	**Loi de Biot et Savart** $d\vec{B}=\frac{\mu_0}{(4\pi)}\frac{(Id\vec{L}\wedge\vec{u})}{r^2}$
Distribution continue	
Théorème de Gauss $\int_{Sf}\vec{E}\,d\vec{S}=\frac{Q_{interne}}{\epsilon_0}$	**Théorème d'Ampère** $\int_{Cf}\vec{B}\,d\vec{l}=\mu_0 I_{interne}$
Moment Dipolaire	
$\vec{p}=2aq\vec{u}$	$\vec{m}=2IS\vec{u}$
Force exercée sur une particule	
$\vec{F}=q'\vec{E}$	$\vec{F}=q'v'\wedge\vec{B}$
Moment de force sur un moment dipolaire	
$\vec{M}_O=\vec{p}\wedge\vec{E}$	$\vec{M}_O=\vec{m}\wedge\vec{B}$

VII. Propriétés magnétiques

1. Origine du magnétisme de la matière

- Moment magnétique et aimantation
  - Moment magnétique d'un milieu = somme des moments magnétiques de toutes ses particules
  - **Aimantation: moment magnétique / unité de volume :**

$$\vec{A}=\sum[\frac{\vec{m}}{V}]=\sum[IS\frac{\vec{U}}{V}]$$

- Contribution des particules
  - Noyaux: moment très faibles: observation par RMN
  - Electrons: responsable du magnétisme observé, aimants naturels et électroaimants, magnétisme moléculaire.

2. Susceptibilité et perméabilité magnétique

(Matière non aimantée)
- dans B=0, les moments magnétiques sont orienté au hasard, A = 0
- B oriente les moments magnétiques, A != 0

$$\vec{A}=\chi m\frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

- χ_m est ma suceptibilité magnétique, sans dimension
- Si χ_m << 1, le champ créé par A est négligeable devant B

Perméabilité magnétique: $\mu = \frac{\mu_0}{(1-\chi_m)}$

Dans la Matière : $B = (\frac{\mu}{\mu_0}) B_0$

(donc si χ_m est grand, la perméabilité sera grande)

3. Dia-, para- et ferromagnétisme

- Diamagnétisme: $\sum \vec{m} = \vec{0}$ $\chi_m < 0$
  - Tout les électrons sont oriénté 2 à 2

- Paramagnétisme $\sum \vec{m} = 0$ donc $\chi_m > 0$
  - Au moins 1 électron non apparié
  - Exemple: oxygène moléculaire, radicaux libres, hémoglobine non oxydée

- Ferromagnétisme $\sum \vec{m} = très\ élevé$
  - orientation permanante des moments sur des domaines, aimants permanant

4. Susceptibilité magnétiques de quelques substances

Substance		$10^6 \chi_m$
Eau	Dia	-9,05
Air	**Para**	**37**
Hémoglobine	**Para**	**0.19**
Oxyhémoglobine	Dia	-9.95

VIII. Applications médicales

1. Utilisation de champs magnétiques

- Imagerie de résonnance magnétique
  - champs élevé (0,1 à 10 T) -> aimantation nucléaire
  - Observation de cette aimantation par RMN

- Magnétoencéphalographie (MEG)
  - Détection des champs magnétiques produit par les courant neuronaux

- Tomographie par émission de positrons
  - Production d'isotopes radioactifs, émétteur de positron dans un cyclotron médical ^{11}C, ^{15}O, ^{18}F.
  - 1 positron + 1 electrons -> 2 photons γ de 511 keV en anticoincidence (à 180°) detectés

2. Effet de la suceptibilité magnétique

- Imagerie de résonnance magnétique
  - les substances paramagnétiques (hémoglobine, oxygène dissous, sels) modifient le champ magnétique local et les signaux RMN
  - Production d'image constrastées par ces substances
    - agents de contraste
    - oxygènation tissulaire

- imagerie d'activation cérébrale

Chapitre 4: Magnétostatique et OEM

Objectifs:

- Savoir que les quatre lois fondamentales de l'électricité et du magnétisme rendent compte de l'existence des ondes électromagnétiques
- connaître les propriétés des ondes électromagnétiques déduites des équations de maxwell: Nature, vitesse, orientation des champs
- connaître les grand domaine de spectre électromagnétique
- Savoir manipuler les caractéristiques d'ondes
- Savoir utiliser les lois de formation d'image
- Savoir interpréter un phénomène de diffraction et d'inteférence par le modèle ondulatoire
- Savoir interpreter des structure de l'atome

I. <u>Phénomène d'induction</u>

Rappel: Champ électrique

- Flux sur une surface fermée (Gauss)

$$\int_{Sf} \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q_{interne}}{\epsilon_0}$$

- Circulation sur un contour

$$\int_C \vec{E} d\vec{l} = \int_C (-dV) = -\Delta V$$

- Circulation sur un coutour fermé

$$\int_{Cf} \vec{E} d\vec{l} = 0$$

puisque c'est l'intégrale d'un point jusqu'à ce même point.

Induction électromagnétique: loi de Faraday

$$\int_{Cf} \vec{E} d\vec{l} = -d/dt(\int_S \vec{B} d\vec{s})$$

- Un flux magnétique ϕ variable à travers une surface ($d\frac{\phi}{dt} != 0$) induit une force électromotrice e sur le pourtour de cette surface.
- Applications: production d'énergie électrique (S tourne dans B fixe), ou détection d'aimantation variable (S fixe, B variable)

II. <u>Courant de déplacement</u>

Rappels: champ magnétiques:

- Flux sur une surface fermée

$$\int_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

- Circulation sur un contour fermé (Ampère)

$$\int_{Cf} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{interne}$$

- **Loi de déplacement (Maxwell)**
  - La loi de l'induction relie les variations du B (par son flux) à la circulation de E (ddp)
  - De même, la loi du déplacement relie les variations du flux de E à la circulation de B

$$\int_{Cf} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{interne} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \left(\int_S \vec{E} d\vec{s} \right)$$

III. Equations de Maxwell

Ce sont les 4 lois de l'électro magnétisme: elles s'écrivent dans le vide:

Flux de $\vec{E}$ $\int_{Sf} \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{Q_{interne}}{\epsilon_0}$	Circulation de E (Faraday) $\int_{Cf} \vec{E} d\vec{l} = \frac{-d}{dt} \left(\int_S \vec{B} d\vec{S} \right)$
Flux de $\vec{B}$ $\int_{Sf} \vec{B} d\vec{S} = 0$	Circulation de B (Ampère Maxwell) $\int_{Cf} \vec{B} d\vec{l} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \left(\int_s \vec{E} d\vec{s} \right)$

Soient E et B des champs variables selon Oz se déplacant à la vitesse C

- Les relations sur les flux Ez = Bz = 0
- La loi de Faraday
  - E et B sont perpendiculaire entre eux (sur le plan O,x,y)
  - $E_0 = c B_0$
- La loi de maxwell $c = \frac{1}{\sqrt[2]{(\epsilon_0 \mu_0)}}$

AN: $c = 3 \text{x} 10^8 m/s$ c'est la vitesse de la lumière.

- Les relations de Maxwell dans le vide peuvent se combiner sous les formes:

$$\frac{(\delta^2 E)}{(\delta z^2)} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{(\delta^2 E)}{(\delta t^2)}\ et\ \frac{(\delta^2 B)}{(\delta z^2)} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{(\delta^2 B)}{(\delta t^2)}$$

Equations d'ondes: E et B se propagent selon z à la vitesse $c = \frac{1}{\sqrt[2]{(\epsilon_0 \mu_0)}}$

IV. Signification et conséquences

- Existence des ondes electromagnétique (OEM)
- OEM produites par des charges accelérées
- La lumière est une onde electromagnétique

- Découverte des ondes radios (Hertz), des rayons X (Roentgen)...
- Origine des lois de la physique (non quantique)

V. Solution des équations de Maxwell : Caractéristiques des ondes dans le vide

- Le trièdre ($\vec{E}, \vec{B}, \vec{z}$) est direct

$$E_0 = c B_0 \qquad c = \frac{1}{\sqrt[2]{(\epsilon_0 \mu_0)}}$$

- Forme des solutions, elle est déterminée par les conditions aux limites et initiales:
  - Géométrie du milieu de propagation
  - Evolution temporelle de E et B à la source de l'onde

- Il y a autant de solutions d'équation que de cas possible.
- Ondes progressive et stationnaires (Antenne, four à micro-onde, lasers...).

VI. Le spectre électromagnétique

Bande spectrale	Longueur d'onde	Application
Rayon Gamma	1pm	Médecine nucléaire
Rayon X	1nm	Radiologie
UV	200-400nm	
Visible	0,4 – 0,7 micrometre	Vision, lasers
IR	0,7-10 micromètre	
Micro-ondes	1mm - 1m	Hyperthermie
Radio	1m - 1km	IRM

VII. Types d'ondes

1. Front d'ondes

C'est l'ensemble des point de l'espace où les champs E (et donc B) vibrent en phase.

2. Propagation selon une dimension

- Au point source (z=0), les amplitudes des champs varient selon

$$E_t = E_0 \cos(\omega t) \qquad B_t = B_0 \cos(\omega t)$$

- L'onde se propage selon la dimension Oz à c

$$E_t = E_0 \cos(\omega (t - \frac{z}{c})) \qquad B_t = B_0 \cos(\omega (t - \frac{z}{c}))$$

- **Remarque**: l'écriture de E(z) est suffisante vu que $B_0 = \frac{E_0}{c}$ et $B \perp E$

- Autres écritures et caractéristiques de l'onde

$$E(z)=E_0\cos(\omega(t-\frac{z}{c}))=E_0\cos(2\pi(\mu t-k'z))$$

- Flux d'énergie ou puissance surfacique

$$P=\frac{1}{2}\epsilon_0 c\,E_0{}^2$$

3. Onde stationnaires

- Milieu de propagation fini (Longueur L)
  - Onde plane sinusoïdale
    - Reflexion sur extrémité du milieu ($R_E=1$)

$$E(z)=E_{inc}+E_{ref}=E_0\cos(\omega t-kz)+E_0\cos(\omega t-kL-k(L-z))=2E_0\cos(kL-kz)\cos(\omega t-kL)$$

    - Reflexion multiples sur les 2 extrémités ($R\approx 1$)
    - Superposition de N ondes

$$N\times 2E_0\cos(kL-kz)\cos(\omega t-kL)$$

Si la condition sur la longueur du milieu $L=n\frac{\lambda}{2}$ est vérifiée

- Noeuds: $k(L-z)=(2\mathrm{n}-1)\frac{\pi}{2}$ soit $L-z=(2\mathrm{n}+1)\frac{\lambda}{4}$
- Ventres: $k(L-z)=n\pi$ soit $L-z=n\frac{\lambda}{2}$

n= 0,1,2,3...

Remarque: les noeuds de E sont des ventres de B (bah ouai, parce que B dépend de la vitesse de E, et c'est quand il passe par l'origine qu'elle est la plus grande)

VIII.<u>Ondes dans la matière</u>

- Vitesse de propagation
  - Elle est égale à $v=\frac{1}{\sqrt[2]{(\epsilon\,\mu)}}$
  - Elle est reliée à c (dans le vide) par la relation

$$n=\frac{c}{v}$$

  - n est l'indice de réfraction du milieu
  - n = 1,33 pour l'eau, n=1,5 pour le verre....

- Interaction onde/matière
  - Interprétation géométrique
    - Application géométrique propagation, réfraction, dé.... (sensible à l'amplitude de l'onde)
  - Interprétation selon l'aspect ondulatoire

- Reflexion (répartition de l'énergie), polraisation, interférence, diffraction (sensible à la phase)
- Interprétation quantique, phénomène d'absorbtion de l'énergie d'onde : ensemble de photons d'énergie : $E = h\mu$

IX. Optique géométrique

1. Reflexion et réfractions

Propagation en ligne droite de la lumière dans un milieu homogène

- Loi de l'optique géométrique:
  - réflexion: i = i'
  - réfraction $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ (Loi de Descartes)
- Pour aller d'un point à un autre, la lumière utilise le trajet le plus court: la ligne droite

- Principe de démonstration:

$$t_{AB} = AM\frac{n_1}{c} + MB\frac{n_2}{c}$$

A(0,yA) ; B (xB , yB) passant par M (x,0)

- Il faut calculer $\frac{dt_{AB}}{dx}$ et trouver x correspondant à $\frac{dt_{AB}}{dx} = 0$ donné par n1 sin i - n2 sin r
- Exprimer le résultat en fonction de i et r:

n1 sin i1 = n2 sin i2

2. Réflexion totale

- Si n1/n2 > 1, il existe i tel que:

$$\frac{n_1}{n_2}\sin(i_t) = 1 = \sin(\frac{\pi}{2})$$

- Pour tout i > it, il n'y a plus de faisceau réfracté: reflexion totale
- Eau/Air i_t = 48,6°
- Applications: Fibre optique

3. Miroirs, objets et images

- Miroir plan: tous les faisceaux émis en l'objet O et reflechis par le miroir semblent venir de O' et image de O.
- Miroir plan: stigmatique (tous les rayons issus d'1 point objet ont la même image virtuelle) agradissement si A'B'/AB=1

4. Dioptres

- Dioptres: surface séparant 2 milieux d'indice différents
- Un rayon issu de A (abscisse a) selon l'angle %théta il recoupe l'axe AC en A' (a').
  Problème: exprimer a' en fonction de l'angle θ ,a,R, n_1 et n_2 . Dans quelles conditions

a' est indépendant de θ (condition de stigmatisme)

$$\frac{n_1}{(OA)}-\frac{n_2}{(OA')}=\frac{(n_1-n_2)}{OC}=-V$$

- **V est la puissance ou vergence du dioptre**.
- Tout rayon de A se projete en A'

5. Formation des images

- Foyer d'un dioptre sphérique
  - Si A tend vers -infini ; Foyer de l'image $F'=\frac{n_2}{(n_2-n_1)}R$
  - Si A tend vers +infini; Foyer de l'objet $F'=\frac{-n_1}{(n_2-n_1)}R$

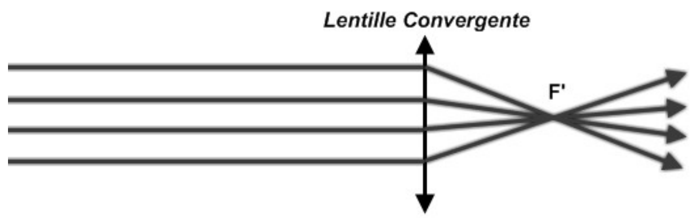
- Dioptre convergent
  - Si n1 < n2 et OC, R, V >0 alors f' >0 et f<0

- Doptre divergent
  - Si n1 < n2 et OC, R, V <0 alors f'<0 et f>0

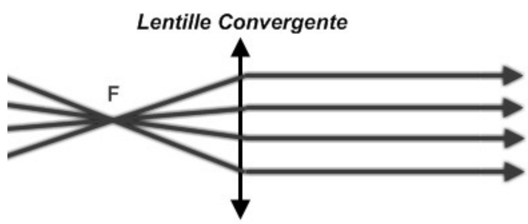
6. Lentilles

- Lentille sphérique mince: 2 dioptres sphériques (ou une sphérique et un plan) d'épaisseur ou rayon de courbure faible

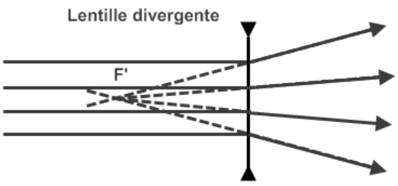
- Foyer d'une lentille **convergente** de focale f
  - Tous les faisceaux incidents // à l'axe (objet à l'infini) passent par F' foyer (image réelle) de la lentille à la distance f de son centre O



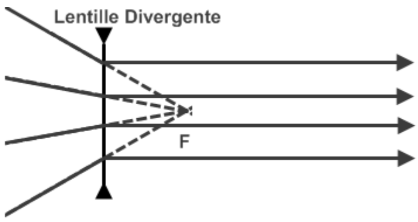
  - Tous les faisceaux émis au point F foyer (objet réel) de la lentille à la distance f de son centre O en sortent //



- Foyer d'une lentille **divergente** de focale f
  - Tous les faisceaux incidents // à l'axe semblent provenir de F', foyer (image virtuelle) de la lentille à la distance f de son centre O.



  - Tous les faisceaux qui se dirigent vers le point F, foyer (objet virtuel) de la lentille à distance de f de son centre O en sortent //



7. Focale d'une lentille

- Un rayon // à l'axe passe par le foyer F' de la lentille
- Un rayon qui passe par le foyer F ressort // à l'axe
- Un rayon qui passe par le centre O de la lentille n'es pas dévié

Calcul de la focale d'une lentille
On calcul l'image A1, de A par le premier dioptre, puis l'image A' de A1 par le second doptre en considérant que les sommets O et O' sont confondus.

$$\frac{n_1}{(OA)}-\frac{n_2}{(OA_1)}=\frac{(n_1-n_2)}{OC_1} \qquad \frac{n_2}{(OA_1)}-\frac{n_1}{(OA')}=\frac{(n_2-n_1)}{OC_2}$$

$$\frac{n_1}{(OA)}-\frac{n_1}{(OA')}=(n_1-n_2)[\frac{1}{OC_1}-\frac{1}{OC_2}]$$

Dans le cas de l'air (n=1) on peut écrire

$$\frac{1}{(OA')}-\frac{1}{(OA)}=\frac{1}{(OF')}$$

8. Grandissement d'une lentille

C'est le rapport des dimensions de l'image à l'objet:

$$\gamma=\frac{(A'B')}{AB}=\frac{(OA')}{OA}$$

9. Application d'une lentille convergente

- L'image d'un objet à l'infini se forme dans le plan focal de la lentille
- L'image d'un objet dans le plan focal de la lentille se forme à l'infini
- Un objet situé entre l'infini et le plan focal d'une lentille a une image réelle (les rayons passent par ce point) de l'autre coté de la lentille.

- Un objet situé entre le plan focal et la lentille a une image virtuelle (les rayons SEMBLENT provenir de ce point) du même coté que de la lentille

L'image d'un objet posé entre le point focal d'une loupe et la lentille est une image virtuelle et droite.

Si %gamma > 0 il y aura agrandissement, pas grossissement.

10. Puissance d'une lentille

$$P=\frac{1}{f}$$

- F et P > 0 pour une lentille convergente
- F et P < 0 pour une lentille divergente

Addition de lentille:
- Les puissances s'ajouent
- Corrections des aberrations (Objectifs photos)

11. Optique de l'oeil

Principales fonctions:
- Face antérieure de la cornée et cristallin: Dioptres
- Iris: diaphragme
- Rétine: détecteur, transduction en signal électrique

Oeil réduit
- Dioptre sphérique de rayon 6mm
- Indice de réfaction 1,36
- Centre optique C à 8mm de la face antérieure de la cornée et 17mm de la rétine R

On en déduit:
- la puissance du dioptre = 60
- Foyer objet F à -17mm (de O)
- Foyer image F' à +23mm de O donc sur la rétine

Oeil normal ou emmétrope (images sur la rétine)
- Objet à l'infini: puissance de l'oeil = 60 dioptries
- Objet au punctum proximum position la plus proche d'un objet vu net (15 cm de la cornée), puissance 67 dioptries.

Oeil Myope:
- Trop convergent: image en avant de la rétine

- Correction: verre ou lentille divergent

Oeil Hypermétrope:
- Pas assez convergent image en arrière de la rétine
- Correction: verre ou lentille convergent

X. Nature et propagation des OEM

1. Polarisation de champs électrique: orientation des champs électriques

- Ondes normales
  - E est perpendiculaire à la direction de propagation
  - E est dans le plan (x,y) et le plan (E,B,0z) est direct
- Ondes polarisées
  - Si E (et B) ont une direction constante, l'onde est polarisé linéairement
  - Si E évolue de manière prédictive, l'onde est polarisé
  - Si E évolue de manière aléatoire, elle est non polarisé
  - Exemple des ondes radios: E est perpendiculaire à l'antenne émétrice
  - Lumière: les lasers sont parfois polarisé, les autres faisceaux sont polarisé par absorbtion, reflexion ou diffusion

Dans un verre polarisant ne passe que les champs électriques qui ont une orientation bien précise

2. Optique ondulatoire, interférence et diffraction

- Principe de Huyghens:
  - tout point d'un front d'onde peut etre considéré comme source d'une nouvelle onde sphérique en phase avec l'onde incidente
  - Le front d'onde résultant est l'enveloppe (surface tangente à toutes) de ces ondes sphériques
  - Exemple: ondes plane.
- Expériences de Young:
  - Addition des champs émis par 2 sources:

$$E=E_1+E_2=E_{10}\cos(\omega_1 t+\phi_1)+E_{20}\cos(\omega_2 t+\phi_2)=2E_0\cos\frac{(\phi_1-\phi_2)}{2}\cos(\omega t+\frac{(\phi_1+\phi_2)}{2})$$

  - Si les ondes sont en phase: $\phi_1-\phi_2=0$ et cos(0)=1
  - Si les ondes sont déphasé en : $\phi_1-\phi_2=\frac{\pi}{2}$ et $\cos(\frac{\pi}{2})=0$
  - On peut former 2 sources d'ondes sphériques de même amplitudes, fréquences et phase obtenues par élairement d'un écran percé de 2 fentes (si l1 et l2 >> a)

3. Interféromètre de Michelson

- Détection des ondes sur un détecteurs unique
  - Ondes sur L1 parcourent 2 fois la longeur L1 (Aller-retour)
  - Ondes sur L2 parcourent 2 fois la longueur L2 (Aller-retour)
  - Déphasage du au $\delta=2(L1-L2)$

$$E=E_{L1}+E_{L2}=E_{10}\cos 2\pi(\mu t-k'2\mathrm{L}_1)+E_{10}\cos 2\pi(\mu t-k'2L_2)$$

$$E=2\,E_{10}\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(l_1-l_2)\right)\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{\lambda}(l_1+l_2)\right)$$

- Déphasage: $\phi_1-\phi_2=2\pi k'(L_1-L_2)=2\pi\frac{\delta}{\lambda}$

4. Notion de cohérence

- Condition d'observation des interférences: existence d'1 relation de phase bien définie enre les sources: cohérences temporelle
- Le déphasage dépend de la distances des sources.
- La durée de cohérence d'une source est faible
  - Lumière blanche: Δl 1µm
  - Lumière monochromatique: Δl = 5µm à 1mm
  - Laser Δl jusqu'à 1m
    - holographie: enregistrement de figures d'interférences et restitution

5. Application: tomographie optique cohérente (OCT)

- Michelson a fibres optique, sources peu cohérente $\delta=2(l_1-l_2)=10\mu\text{m}$ pour interférences
- OCT en ophtalmologie permet de faire des coupes de rétines: 1 voie lumineuse va vers un miroir, l'autre vers l'oeil.
- Met en avant les glaucomes (baisse de l'épaisseur de la fibre nerveuse)

6. Phénomène de diffraction

- La lumière rencontre un obstacle matériel (fil, trou, fente, bord)
- Observation:
  - éparpillement des directions de propagation, apparition de franges, irisation...
  - .... lorsque les dimensions de l'obstacle sont petite (/ λ)

7. Diffraction par une fente de largeur b

- Fente de largeur b: ensemble infini de sources secondaires sphériques
- Les faisceaux issus de ces sources interférent: figure de diffraction
- Calcul mathématique (à l'infini, petits angles %théta)
  - Le champ suit une loi en sinus cardinal

$$E_\theta=\frac{[E_0\sin\pi b\sin(\frac{\theta}{\lambda})]}{(\pi b\sin\frac{\theta}{\lambda})}=E_0 sinc(\pi b\sin(\frac{\theta}{\lambda}))$$

  - L'intensité de l'onde (proportionnelle à E²)

$$I(\theta)=I_0 sinc^2(\pi b\sin\frac{\theta}{\lambda})$$

est nulle (franges sombres) pour $b sin(\theta)=n.\lambda$

- Position des zéros de diffraction bsin %thêta = n %lambda
- Amplitudes des maxima de diffraction
  - Maximum principale à $\theta=0$
  - Maxima secondaires entre chaque minima d'amplitudes décroissantes

8. Diffraction par une ouverture circulaire

- Diffraction à l'infini: zone circulaire brillante entourée d'anneau concentriques alternativement sombres et clairs
  - diamètre de l'ouverture: ϕ
  - premier minimum: sous l'angle θ

  Tel que $\phi \sin\theta = 1{,}22\lambda$

- Application: résolution d'un instrument optique
  - L'image d'un point est une tache de diffraction de dimension proportionnelle à %lambda

- Limite de résolution: distance entre deux taches = rayon de la tache centrale

- L'ouverture numérique est donnée par:

$$\sin\theta = \frac{\phi}{(2f)}$$

ϕ = diamètre ; f = distance focale

XI. <u>Optique Corpusculaire: le photon</u>

1. Le photon

- Limite du modèle ondulatoire:
  - Rayonnement du corps noir : $E = h\nu$

    Quantum d'énergie émise: $h\nu$

    ν est la fréquence de l'onde

    h est la constante de Planck: $6{,}62 . 10^{-34} J.s$
- Interprétation par einstein de l'effet photo-electrique: la lumière se propage sous forme de quantum d'énergie $h\nu$
- Modèle particulaire « naif »: photon est un grain de lumière qui suit la trajectoire des rayons en transportant l'énergie

2. Absorbtion et émission de photons

- Transition:
  - Absorption
  - Emission spontanée
  - Emission stimulée (laser)

3. Dualité ondes – corpuscule

- Interprétation: particule en mouvement créé une onde electromagnétique.
- Relation de De Broglie
  - Des relations $E = h\nu$ (Planck) et $E = mc^2$ (Einstein) on déduit $mc = h\frac{\mu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ (pour les photons)
  - Relation vraie pour toute particule: on lui associe une onde de %lambda liée à sa quantité de mouvement p=mv par la relation:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

  - La masse au repos d'un photon est nulle, sa masse augmente avec la vitesse

4. Aspect historiques

- Du XVIII à 1864: descriptive:
  - Modèle mathématique décrivant les résultats d'éxpérience (lois de coulomb 1777, Biot et Savart 1820, Faraday 1831...)
- Lois de Maxwell 1864: électromagnétisme
- 1864 à nos jours:
  - Photon det dualité ondes-corpuscule, mécanique quantique et relativité
  - Ondes em = modes d'interaction entre les charges
  - Particules d'interaction (photon)

5. Principale application médicale

- Méthode d'imagerie
  - Actuelle: nucléaire (PET/SPECT), RX, IRM
  - En devenir: optique, Impédence électrique
- Autres outils de diagnostique
  - ECG, EEG, EMG
- Thérapeutique
  - radiothérapie, photothérapie, hyperthermie, electrophysiologie
- Sciences fondamentale utilisé par:
  - Physiologie, (bio)-chimie